

Análise de Tensões em Placas, Cascas e Reservatórios

J.F. Silva Gomes

Professor Catedrático

Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto

Edições INEGI

Porto, 2007

Edição e Distribuição
INEGI-Instituto de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial
Rua do Barroco, N°174, 4465-591 Leça do Balio-Portugal
Tel: +351 22 957 87 10 – E-mail: inegi@inegi.up.pt
www.inegi.up.pt

ISBN: 978-972-8826-13-0
Depósito Legal: 259496/07
Execução Gráfica: Claret-Companhia Gráfica do Norte
Rua Venceslau Ramos, s/n – 4430-929 Avintes, Portugal
Tel: +351 22 787 73 20 ; Tel: +351 22 787 73 29

*Reservados todos os direitos de harmonia com a lei.
Nenhuma parte desta publicação poderá ser reproduzida, guardada pelo sistema "retrieval" ou transmitida por qualquer meio, seja electrónico, mecânico, gravação ou outros, sem autorização prévia por escrito do autor.*

ÍNDICE

| | |
|--------------------|-------------|
| Prefácio | <i>vii</i> |
| Lista dos Símbolos | <i>xvii</i> |

Parte I

Introdução à Teoria da Elasticidade

Capítulo I

| | |
|--|----------|
| Caracterização do Estado de Tensão | 3 |
| 1.1. Introdução. O Conceito de Tensão | 3 |
| 1.2. Componentes Cartesianas da Tensão | 6 |
| 1.3. Tensão para uma Orientação Arbitrária | 9 |
| 1.4. Equações de Equilíbrio | 11 |
| 1.5. Simetria da Matriz das Tensões | 13 |
| 1.6. Leis de Transformação das Tensões | 15 |
| 1.7. Tensões Principais | 21 |
| 1.8. Valores Limites da Tensão Normal | 25 |
| 1.9. Valores Limites da Tensão de Corte | 27 |
| 1.10. Representação Gráfica de Tensões. Construção de Mohr | 29 |
| 1.11. Estado Plano de Tensão | 33 |
| 1.12. Círculo de Mohr Para o Estado Plano de Tensão | 36 |
| 1.13. Problemas | 38 |
| 1.14. Bibliografia | 41 |

Capítulo II

Caracterização do Estado de Deformação 43

| | | |
|-------|--|----|
| 2.1. | Introdução. Deslocamento e Deformação | 43 |
| 2.2. | Extensão ou Deformação Linear | 45 |
| 2.3. | Distorção ou Deformação de Corte | 46 |
| 2.4. | Matriz e Vector das Deformações | 47 |
| 2.5. | Deformação Linear Segundo uma Direcção Arbitrária | 49 |
| 2.6. | Deformação de Corte Segundo duas Direcções Ortogonais | 50 |
| 2.7. | Leis de Transformação das Deformações | 52 |
| 2.8. | Deformações Principais | 55 |
| 2.9. | Deformações Sobre um Plano | 56 |
| 2.10. | Valores Estacionários das Deformações | 60 |
| 2.11. | Equações de Compatibilidade | 61 |
| 2.12. | Representação Gráfica das Deformações | 64 |
| 2.13. | Estado Plano de Deformação | 65 |
| 2.14. | Construção de Mohr para o Estado Plano de Deformação | 67 |
| 2.15. | Problemas | 70 |
| 2.16. | Bibliografia | 73 |

Capítulo III

Relações Tensões-Deformações 75

| | | |
|------|--|----|
| 3.1. | Introdução | 75 |
| 3.2. | Lei de Hooke Generalizada | 76 |
| 3.3. | Lei de Hooke para Materiais Isotrópicos | 79 |
| 3.4. | Módulo de Rigidez | 83 |
| 3.5. | Módulo de Compressibilidade | 84 |
| 3.6. | Módulo de Young e Coeficiente de Poisson | 85 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 3.7. | Relações Entre as Diferentes Constantes Elásticas | 86 |
| 3.8. | Energia Elástica de Deformação | 89 |
| 3.9. | Critérios de Resistência | 93 |
| 3.9.1. | Critério de Ruptura para Materiais Frágeis | 93 |
| 3.9.2. | Critério de Tresca ou da Tensão de Corte Máxima | 94 |
| 3.9.3. | Critério de Von-Mises ou da Tensão Octaédrica Máxima | 94 |
| 3.10. | Formulação Geral dos Problemas da Teoria da Elasticidade | 95 |
| 3.11. | Princípio da Energia Potencial Mínima | 104 |
| 3.12. | Princípio de Saint-Venant | 105 |
| 3.13. | Equações da Elasticidade em Coordenadas Curvilíneas | 106 |
| 3.13.1. | Coordenadas Cilíndricas | 106 |
| 3.13.2. | Coordenadas Esféricas | 109 |
| 3.14. | Problemas | 113 |
| 3.15. | Bibliografia | 116 |

Parte II
Flexão de Placas Finas

Capítulo IV

| | | |
|--|---|-----|
| Flexão de Placas. Equações Gerais | 119 | |
| 4.1. | Conceitos Básicos. Hipóteses de Kirchhoff | 119 |
| 4.2. | Geometria das Superfícies Curvas | 121 |
| 4.3. | Deslocamentos, Deformações e Tensões | 127 |
| 4.4. | Esforços Unitários e Lei de Hooke | 130 |
| 4.5. | Flexão Cilíndrica | 133 |
| 4.6. | Flexão Pura Biaxial | 134 |

| | | |
|-------|---------------------------------------|-----|
| 4.7. | Direcções Principais de Flexão | 136 |
| 4.8. | Flexão com Corte. Equação de Lagrange | 138 |
| 4.9. | Condições de Fronteira | 141 |
| 4.10. | Métodos Energéticos | 146 |
| 4.11. | Problemas | 148 |
| 4.12. | Bibliografia | 150 |

Capítulo V

Flexão de Placas Circulares 151

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.1. | Introdução. Equações Gerais | 151 |
| 5.2. | Flexão Simétrica de Placas Circulares | 154 |
| 5.3. | Placa Encastrada com Carga Uniforme | 157 |
| 5.4. | Placa Simplesmente Apoiada com Momento no Bordo | 160 |
| 5.5. | Placa Simplesmente Apoiada com Carga Uniforme | 161 |
| 5.6. | Placa Circular com Carga Concentrada no Centro | 163 |
| 5.7. | Placa Circular com Furo Concêntrico | 165 |
| 5.8. | Placa Circular Assente em Fundação Elástica | 171 |
| 5.9. | Problemas | 174 |
| 5.10. | Bibliografia | 178 |

Capítulo VI

Flexão de Placas Rectangulares 179

| | | |
|--------|--|-----|
| 6.1. | Introdução | 179 |
| 6.2. | Placa Simplesmente Apoiada com Carga Transversal | 179 |
| 6.2.1. | Solução para uma Carga Sinusoidal | 180 |
| 6.2.2. | Solução de Navier | 183 |
| 6.2.3. | Carga em Área Rectangular e Força Concentrada | 185 |
| 6.2.4. | Solução de Lévy | 187 |

| | | |
|--------|---|-----|
| 6.3. | Solicitação por Momentos Flectores nos Bordos | 195 |
| 6.3.1. | Solicitação Simétrica: $M_1(x) = M_2(x) = M(x)$ | 197 |
| 6.3.2. | Solicitação Antissimétrica: $M_1(x) = -M_2(x) = M(x)$ | 199 |
| 6.3.3. | Solicitação por Momentos Arbitrários | 200 |
| 6.4. | Placa Encastrada em Dois Lados Opostos | 201 |
| 6.5. | Método da Viga Equivalente | 204 |
| 6.6. | Placas Contínuas Simplesmente Apoiadas | 206 |
| 6.7. | Placas Rectangulares em Fundação Elástica | 209 |
| 6.8. | Aplicação do Método de Ritz | 211 |
| 6.9. | Problemas | 213 |
| 6.10. | Bibliografia | 217 |

Capítulo VII

Teoria Clássica das Placas Laminadas **219**

| | | |
|-------|-------------------------------|-----|
| 7.1. | Introdução | 219 |
| 7.2. | Materiais Isotrópicos | 220 |
| 7.3. | Materiais Ortotrópicos | 222 |
| 7.4. | Deslocamentos e Deformações | 224 |
| 7.5. | Forças e Momentos Resultantes | 232 |
| 7.6. | Solicitação Uniforme | 234 |
| 7.7. | Equações de Equilíbrio | 235 |
| 7.8. | Equações de von-Kármán | 240 |
| 7.9. | Efeitos Térmicos | 243 |
| 7.10. | Materiais Piezoelétricos | 246 |
| 7.11. | Problemas | 248 |
| 7.12. | Bibliografia | 250 |

Parte III
Cascas e Reservatórios

Capítulo VIII

| | |
|--|------------|
| Introdução à Teoria das Cascas | 253 |
| 8.1. Conceitos Gerais | 253 |
| 8.2. Deformações e Curvatura. Lei de Hooke | 257 |
| 8.3. Energia de Deformação nas Cascas | 265 |
| 8.4. Cascas de Revolução | 266 |
| 8.4.1. Geometria das Cascas de Revolução | 266 |
| 8.4.2. Equações de Equilíbrio | 267 |
| 8.4.3. Deformações e Lei de Hooke | 268 |
| 8.5. Problemas | 271 |
| 8.6. Bibliografia | 271 |

Capítulo IX

| | |
|--|------------|
| Tensões de Membrana em Cascas e Reservatórios | 273 |
| 9.1. Introdução | 273 |
| 9.2. Solicitação Simétrica | 273 |
| 9.3. Solicitação Assimétrica | 277 |
| 9.3.1. Casca Esférica Sujeita à Acção do Vento | 278 |
| 9.3.2. Casca Cónica Sujeita à Acção do Vento | 281 |
| 9.3.3. Casca Cilíndrica Sujeita à Acção do Vento | 283 |
| 9.4. Cascas Cilíndricas de Secção Arbitrária | 284 |
| 9.5. Cascas de Forma Arbitrária | 285 |
| 9.6. Limitações da Teoria de Membrana | 287 |
| 9.7. Problemas | 288 |
| 9.8. Bibliografia | 292 |

Capítulo X**Flexão Simétrica de Cascas de Revolução 293**

| | | |
|---------|---|-----|
| 10.1. | Equações de Equilíbrio e Lei de Hooke | 293 |
| 10.2. | Solicitações de Bordo. Equações Gerais | 295 |
| 10.3. | Solicitações de Bordo em Cascas Cilíndricas | 298 |
| 10.4. | Solicitações de Bordo em Cascas Esféricas | 301 |
| 10.4.1. | Introdução | 301 |
| 10.4.2. | Ângulo de Abertura Amplo ($\phi > 15^\circ$) | 302 |
| 10.4.3. | Ângulo de Abertura Reduzido ($\phi < 15^\circ$) | 307 |
| 10.5. | Solicitações de Bordo em Cascas Cónicas | 316 |
| 10.6. | Problemas | 320 |
| 10.7. | Bibliografia | 323 |

Capítulo XI**Cascas e Reservatórios Cilíndricos. Teoria Geral 325**

| | | |
|---------|---|-----|
| 11.1. | Introdução. Equações Gerais | 325 |
| 11.1.1. | Equações de Equilíbrio nas Forças e Momentos | 325 |
| 11.1.2. | Geometria da Deformação e Lei de Hooke | 327 |
| 11.1.3. | Equações de Equilíbrio nos Deslocamentos | 330 |
| 11.2. | Solicitações Simétricas | 333 |
| 11.2.1. | Equações de Equilíbrio e Lei de Hooke | 333 |
| 11.2.2. | Solicitações de Bordo Simétricas. Equações Gerais | 337 |
| 11.2.3. | Cilindro com Topos Flangeados | 340 |
| 11.2.4. | Carga Circunferencial Concentrada | 342 |
| 11.2.5. | Cargas Circulares Múltiplas | 345 |
| 11.2.6. | Carga Distribuída num Segmento | 346 |
| 11.2.7. | Anel de Reforço | 347 |
| 11.2.8. | Momento Concentrado numa Secção | 348 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 11.2.9. | Reservatório Cilíndrico Vertical | 350 |
| 11.3. | Solicitações Assimétricas de Cascas Cilíndricas | 352 |
| 11.3.1. | Reservatório Cilíndrico Horizontal | 352 |
| 11.3.2. | Cascas Cilíndricas Abertas | 355 |
| 11.4. | Condição de Inextensibilidade da Superfície Média | 363 |
| 11.5. | Solicitações de Bordo Assimétricas. Equações de Donnell | 368 |
| 11.5.1. | Deformação Harmónica de uma Casca Cilíndrica | 370 |
| 11.5.2. | Coeficientes de Bordo | 374 |
| 11.6. | Solicitações Locais em Cascas Cilíndricas | 378 |
| 11.6.1. | Método de Bijlaard | 379 |
| 11.6.2. | Método de Hoff | 384 |
| 11.7. | Cascas Cilíndricas Laminadas | 384 |
| 11.8. | Problemas | 386 |
| 11.9. | Bibliografia | 387 |

Capítulo XII

Ligações entre Cascas de Geometrias Diferentes 389

| | | |
|---------|---|-----|
| 12.1. | Introdução | 389 |
| 12.2. | Reservatório Cilíndrico com Fundo Hemisférico | 389 |
| 12.3. | Reservatório Cilíndrico com Fundo Torisférico | 396 |
| 12.4. | Reservatório Esférico Assente em Apoio Circular | 401 |
| 12.4.1. | Apoio Sobre Patins ou Rolos | 402 |
| 12.4.2. | Apoio Sobre Anel Cilíndrico | 412 |
| 12.5. | Problemas | 417 |
| 12.6. | Bibliografia | 417 |

| | |
|---------------------|------------|
| Índice das Matérias | 419 |
|---------------------|------------|